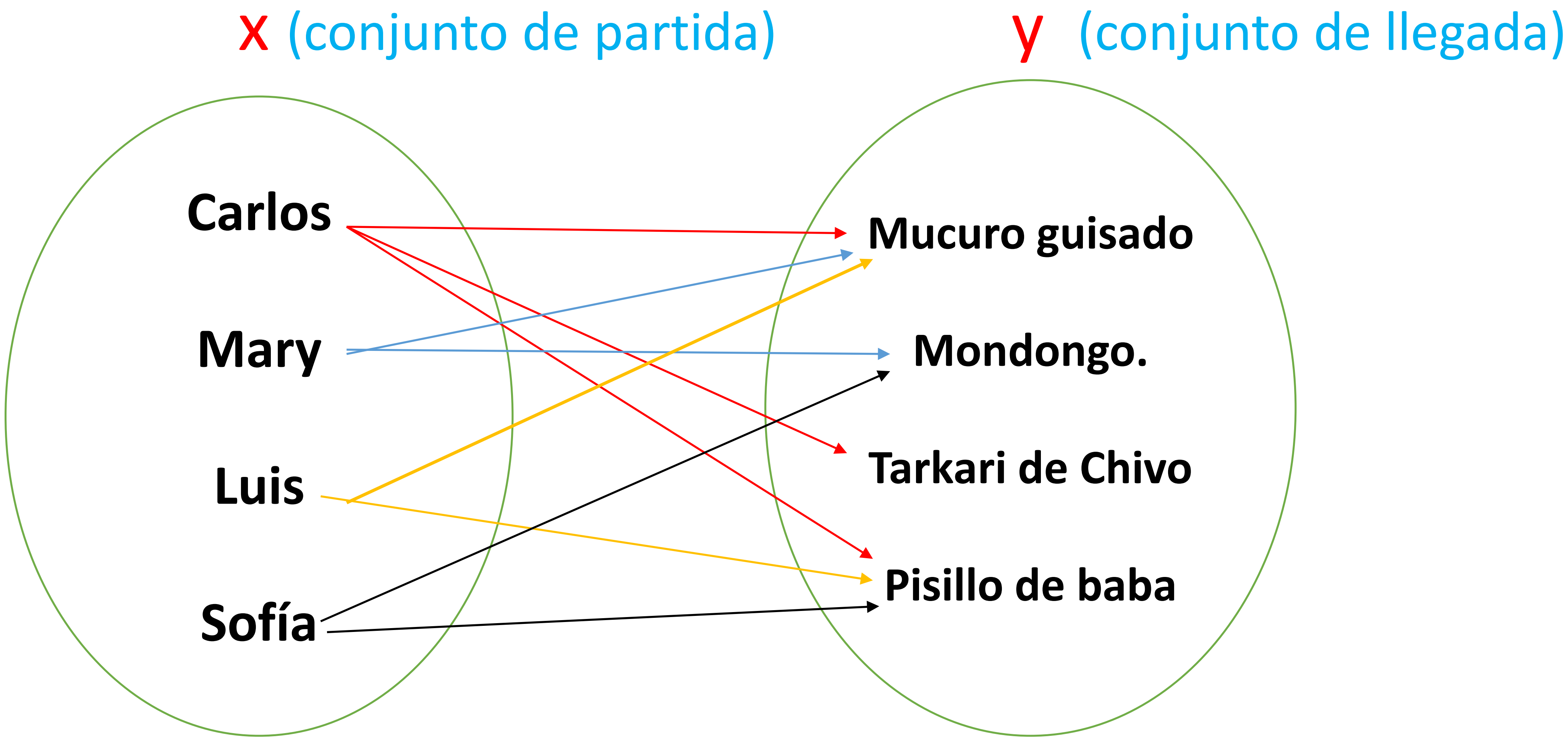
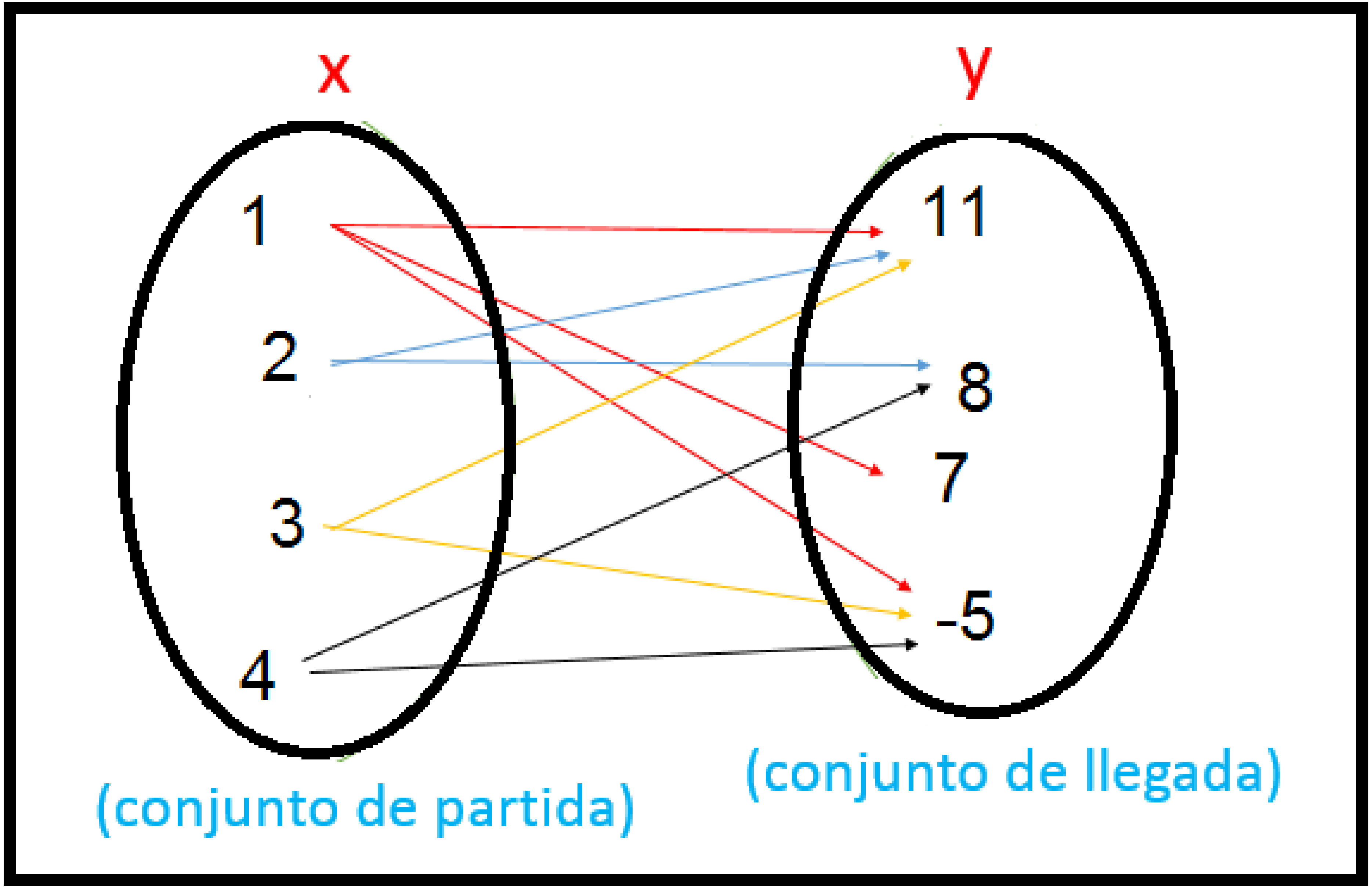
FUNCIONES

PROF.: CARLOS FERMÍN.

Relación: es la acción de correspondencia entre elementos de conjuntos.



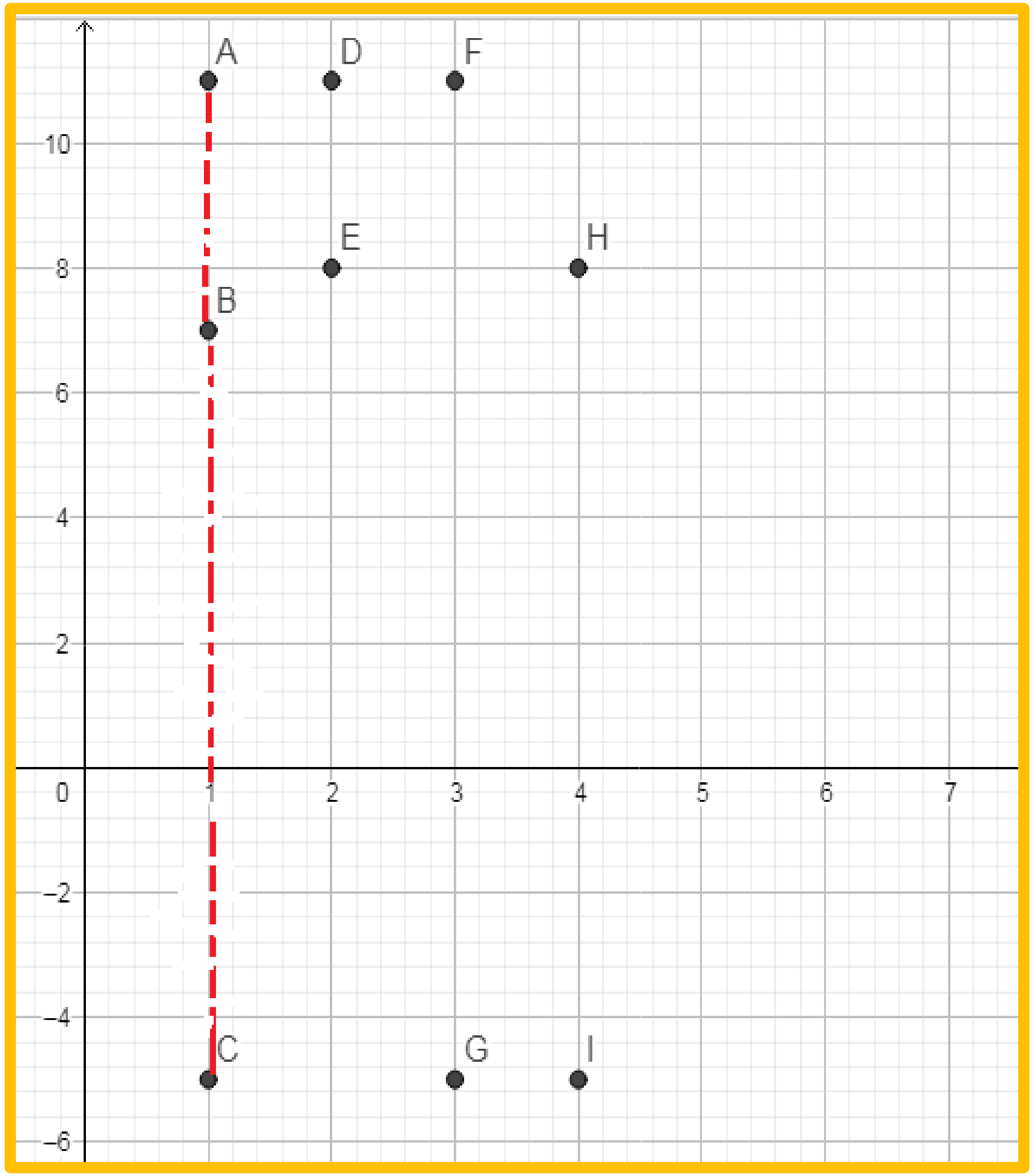

x
y
1
2
3
4
11
8
7
-5
(conjunto de partida)
(conjunto de llegada)

Par ordenado: estructura matemática formada por dos elementos, el primero de ellos perteneciente al conjunto de partida y el segundo perteneciente al conjunto de llegada.

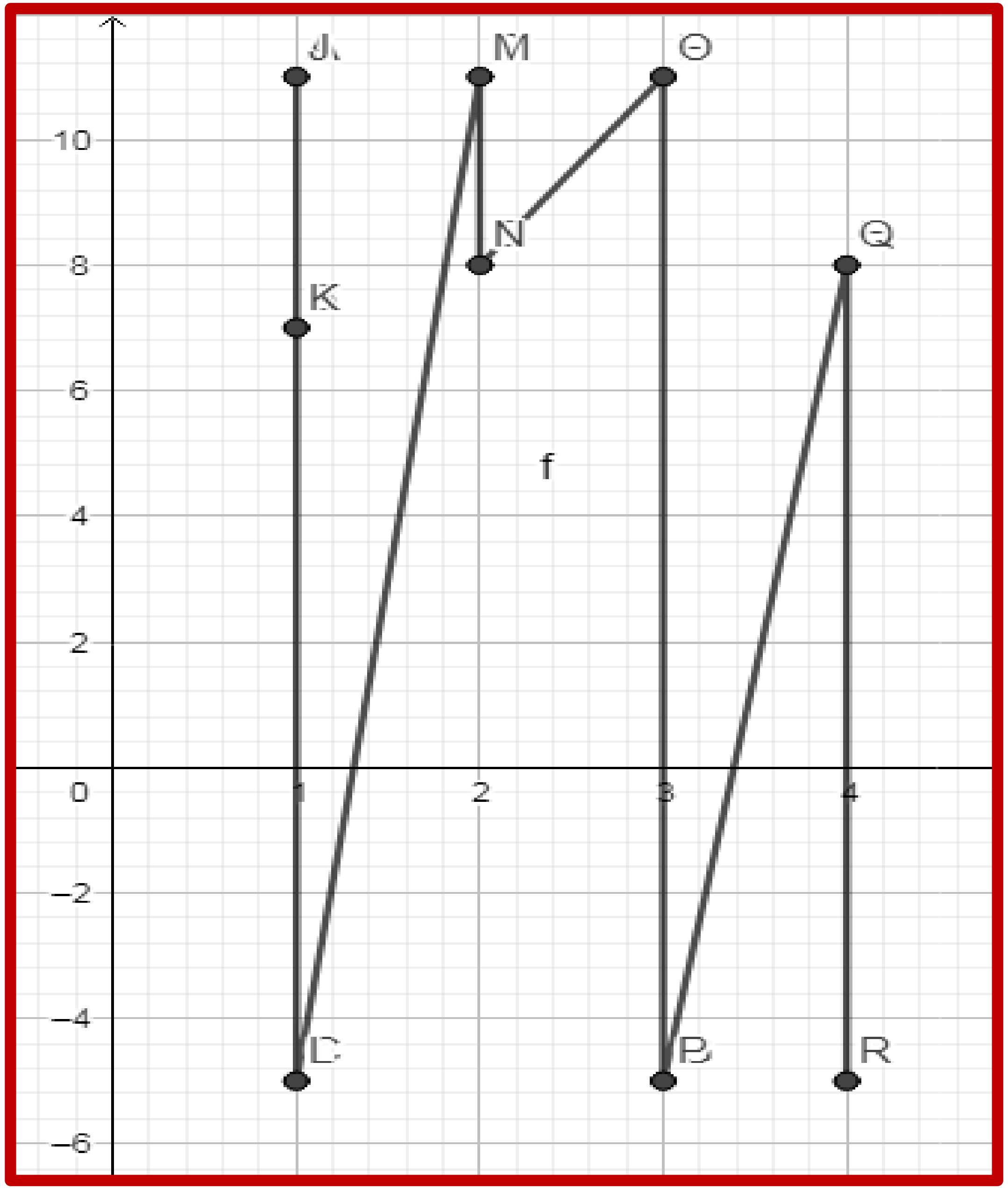
Los pares serán de la forma $(x\,,y)$, *se consideran puntos. En particular los pares de la relación anterior son:*

$$A(1\,,11);\quad B(1\,,7);\quad C(1\,,-5);\quad D(2\,,11);$$

$$E(2\,,8);\quad F(3\,,11);\quad G(3\,,-5);\quad H(4\,,8);\quad I(4\,,-5)$$

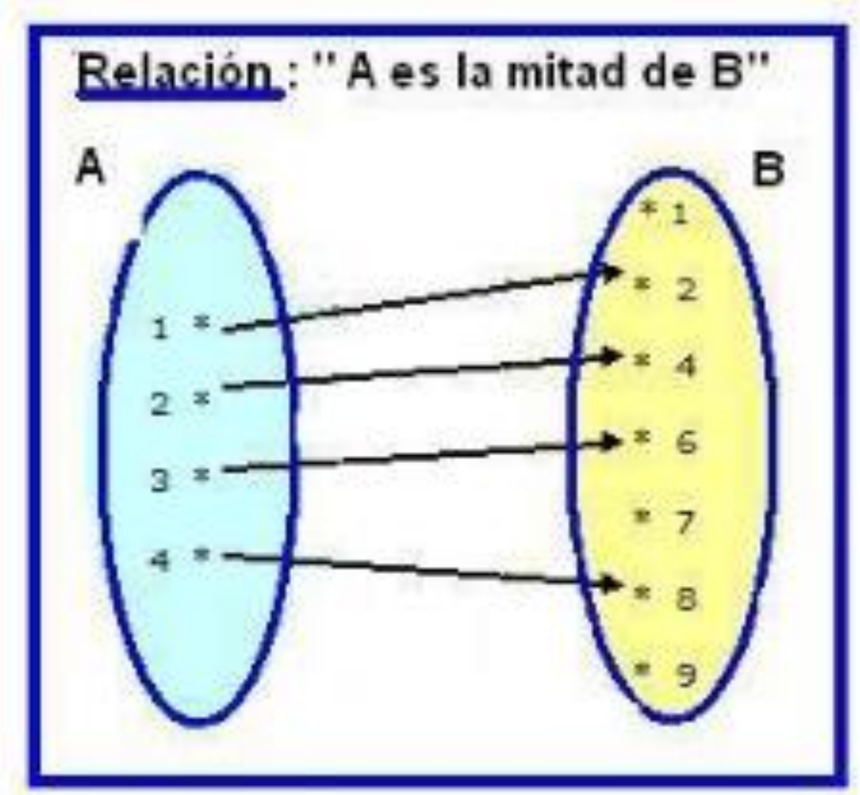


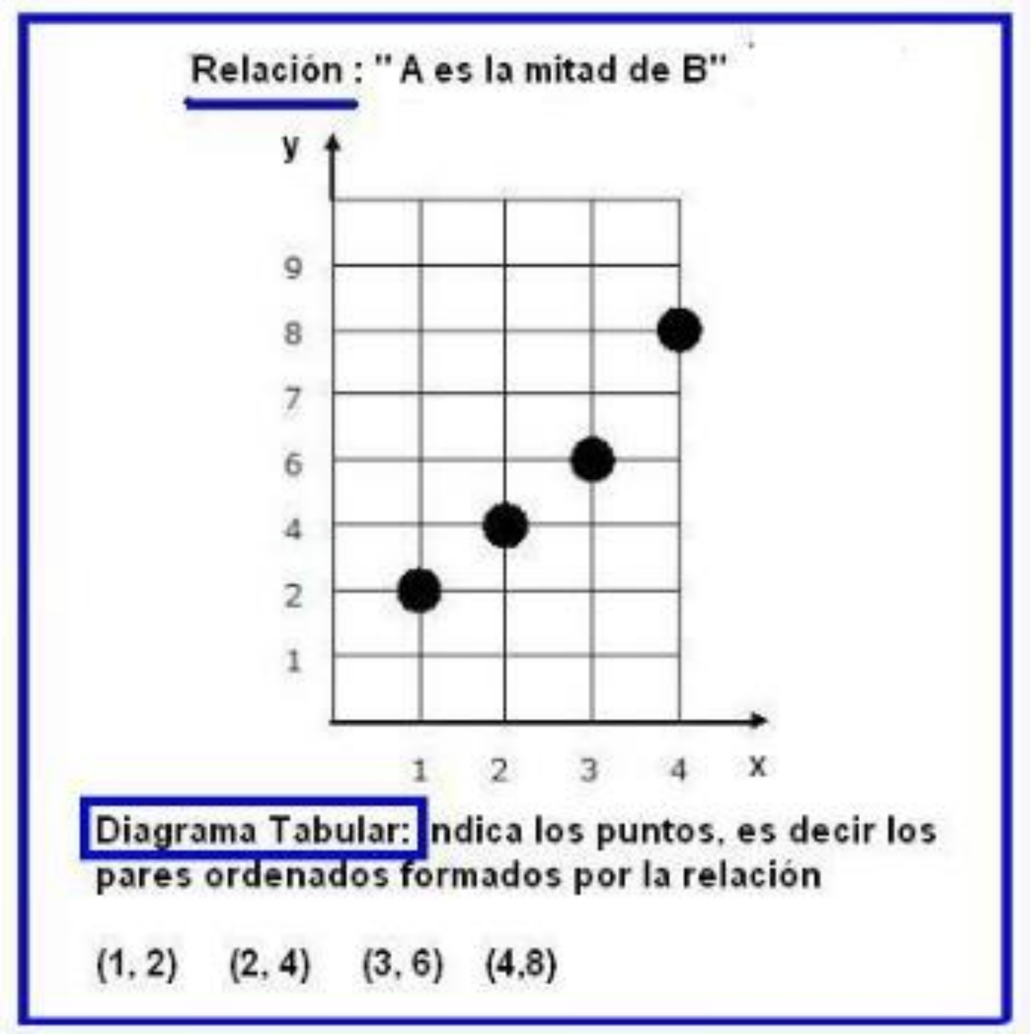
A
D
F
E
H
B
C
G
I
10
8
6
4
2
0
−2
−4
−6
1
2
3
4
5
6
7



J
M
O
N
Q
K
f
L
P
R
10
8
6
4
2
0
−2
−4
−6
1
2
3
4

Representación de una relación en diagrama tabular.

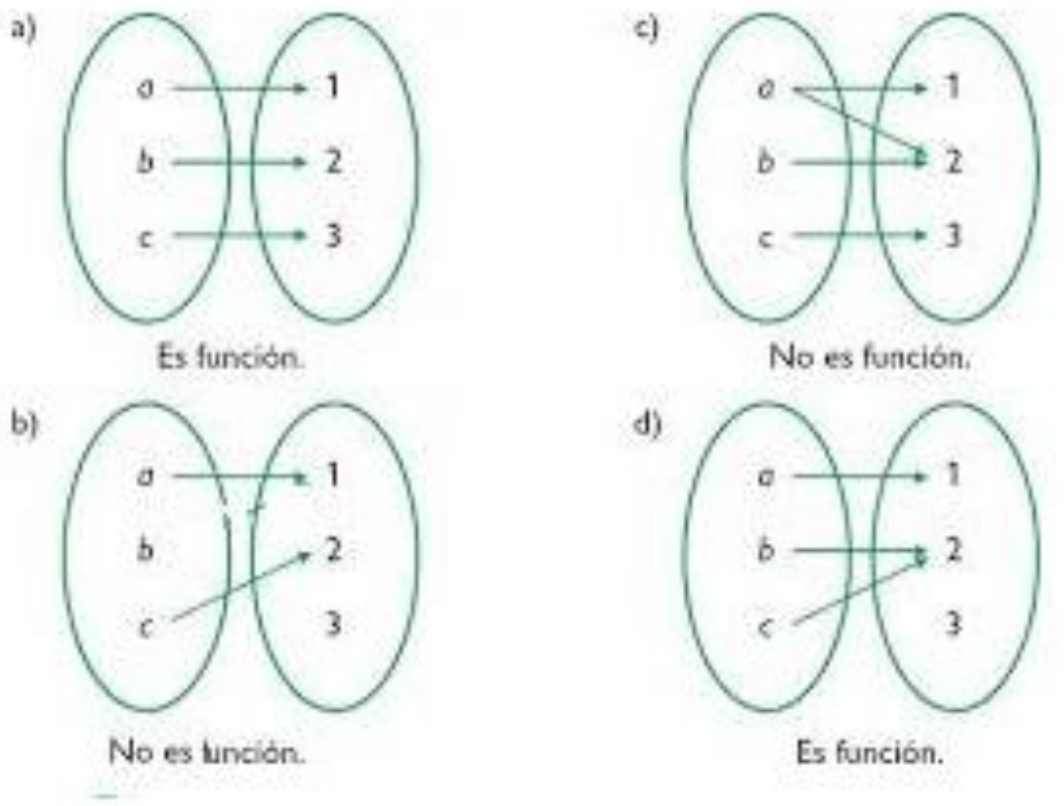


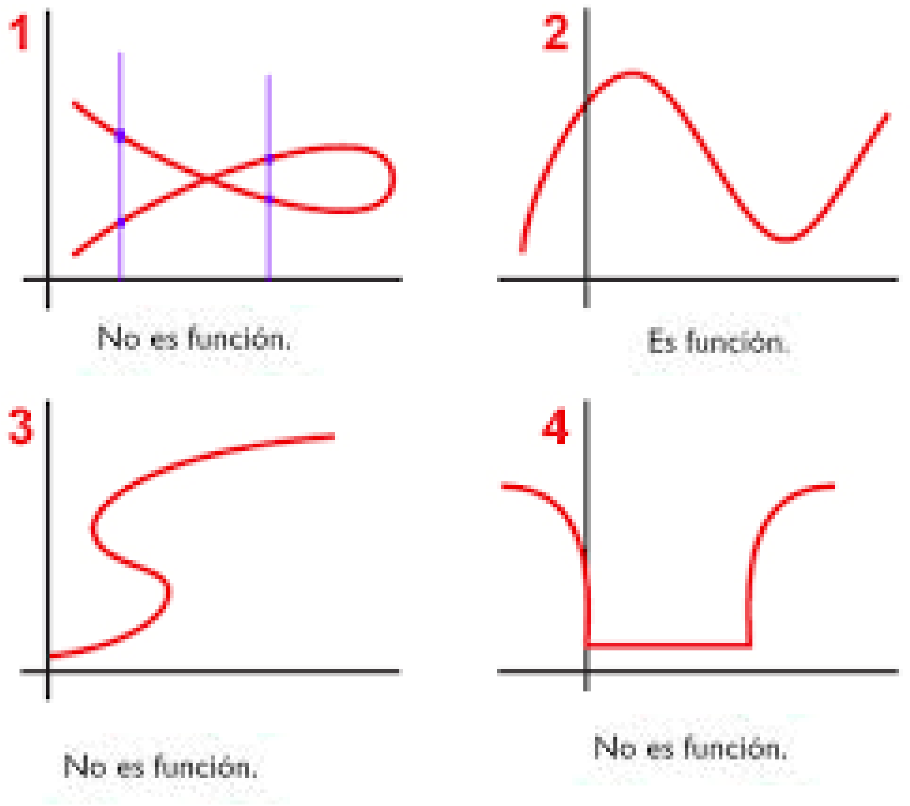


Función: es la relación de correspondencia entre los elementos del conjunto de partida y los elementos del conjunto de llegada, la cual cumple las siguientes condiciones:

- Todos los elementos del conjunto de partida (pre-imagen) están relacionados.
- A cada elemento del conjunto de partida solo se le permite tener una imagen en el conjunto de llegada.

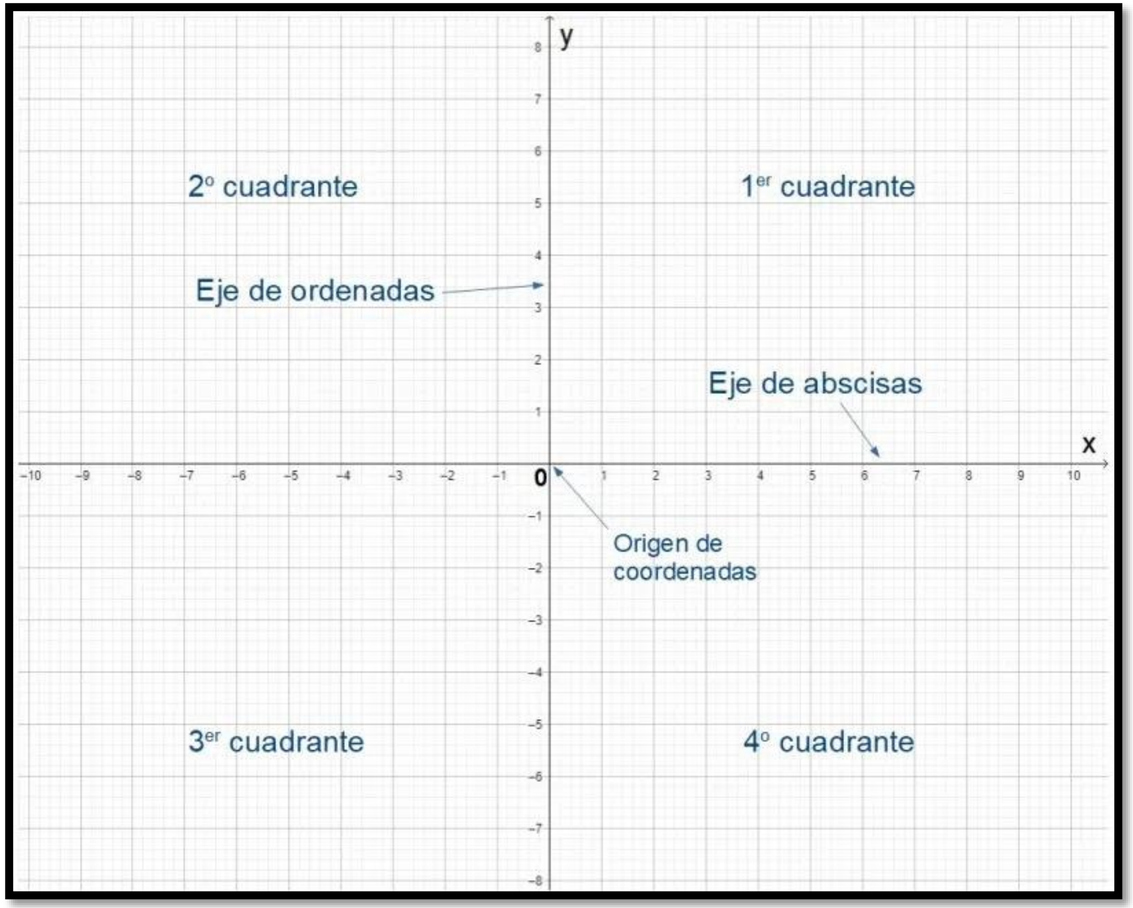
Una función es una relación en donde a cada elemento del conjunto de partida (x) le corresponde un solo elemento del conjunto de llegada (y).





NOTA: toda función es una relación mas no toda relación es función.

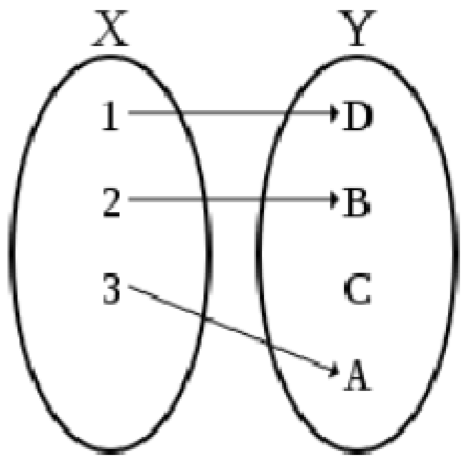
- **EJES DE COORDENADAS:** si se trabaja en dos dimensiones, los ejes están formados por dos rectas perpendiculares que se intersectan entre si en un punto denominado origen (0,0). Comúnmente al eje horizontal se le conoce como eje "x" o eje de las abscisas; al eje vertical se le denomina eje "y" o eje de las ordenadas. La formación de estos ejes divide al plano en cuatro cuadrantes.



Las funciones se pueden clasificar por la manera de relacionarse los elementos del conjunto de partida con los elementos del conjunto de llegada en: inyectivas, sobreyectivas, biyectivas o ninguna de las anteriores.

Función inyectiva

En matemáticas, una función $f: X \to Y$ es **inyectiva** si a cada valor del conjunto X (dominio) le corresponde un valor distinto en el conjunto Y (imagen) de f. Es decir, a cada elemento del conjunto X le corresponde un solo valor de Y tal que, en el conjunto X no puede haber dos o más elementos que tengan la misma imagen.

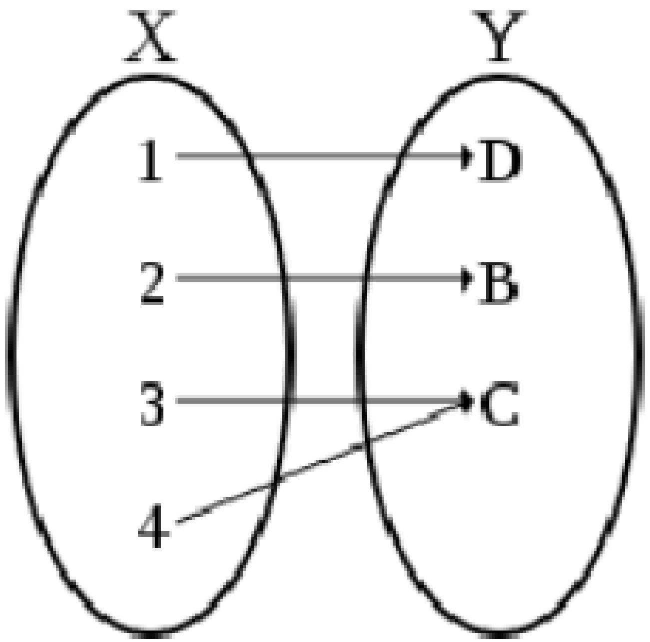


Función sobreyectiva

En [matemática](), una [función]() $f: X \to Y$ es **sobreyectiva** (**epiyectiva**, **suprayectiva**, **suryectiva**, **exhaustiva** o **subyectiva**), si está aplicada sobre todo el [codominio](), es decir, cuando la [imagen]() $Im_f = Y$, o en palabras más sencillas, cuando cada elemento de "Y" es la imagen de como mínimo un elemento de "X".

Formalmente,

$$\forall y \in Y \quad \exists x \in X : \quad f(x) = y$$

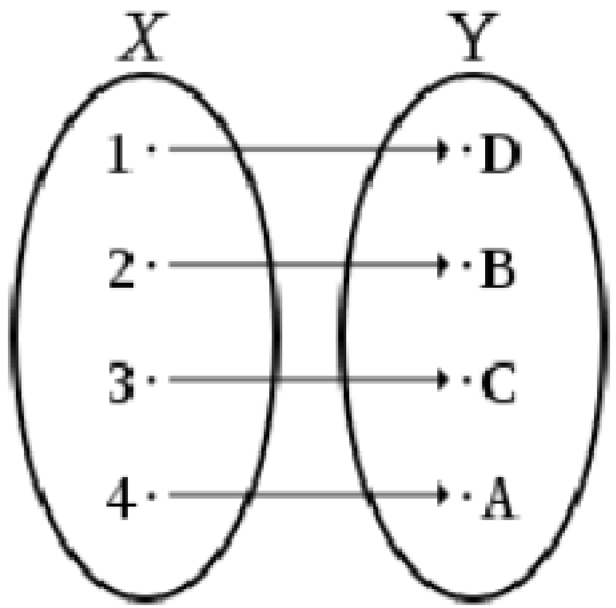


Función biyectiva

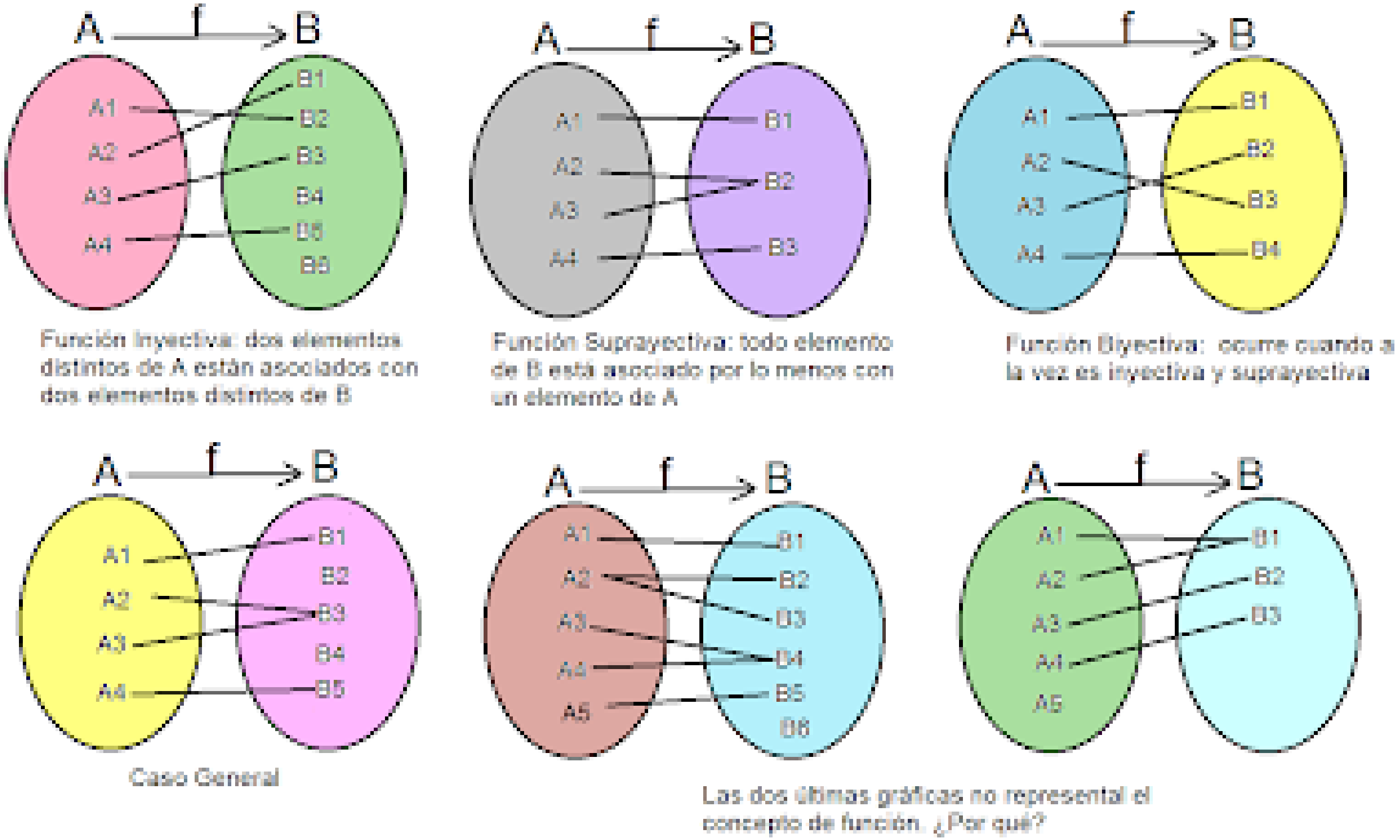
En matemática, una función $f\colon X \to Y$ es **biyectiva** si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.

Formalmente,

$$\forall y \in Y : \exists!\, x \in X,\ f(x) = y$$

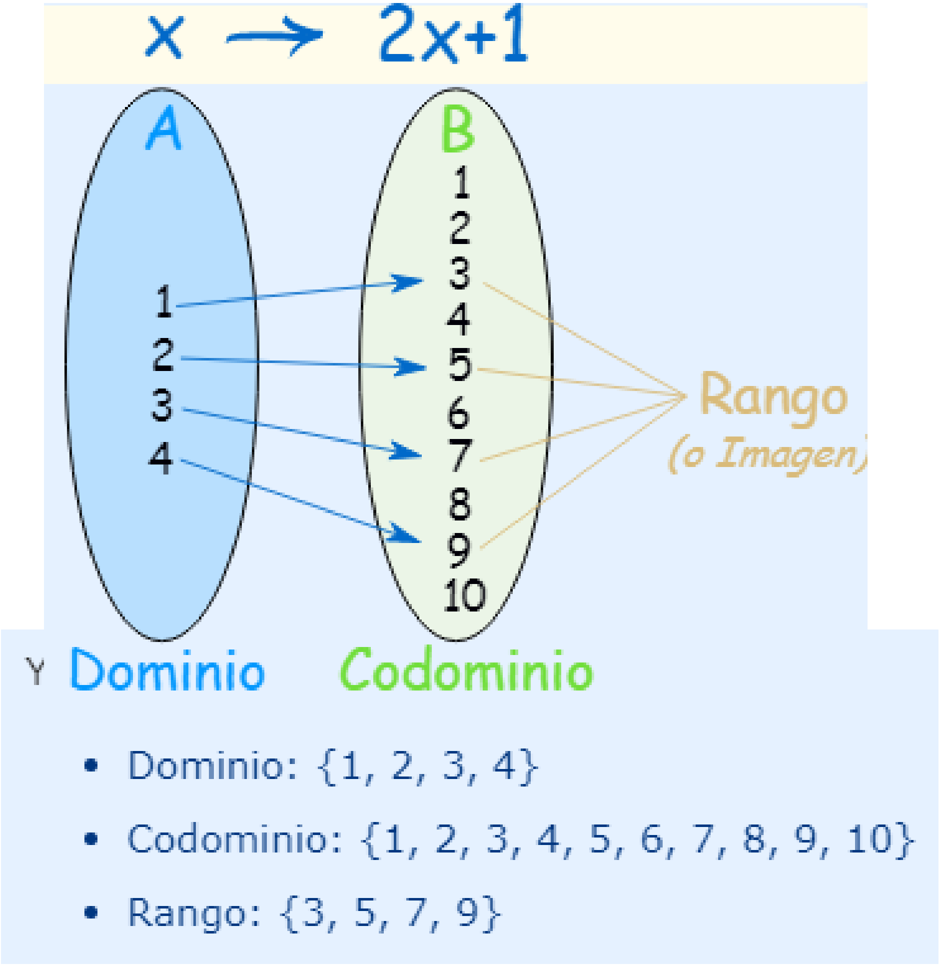


EJEMPLOS.

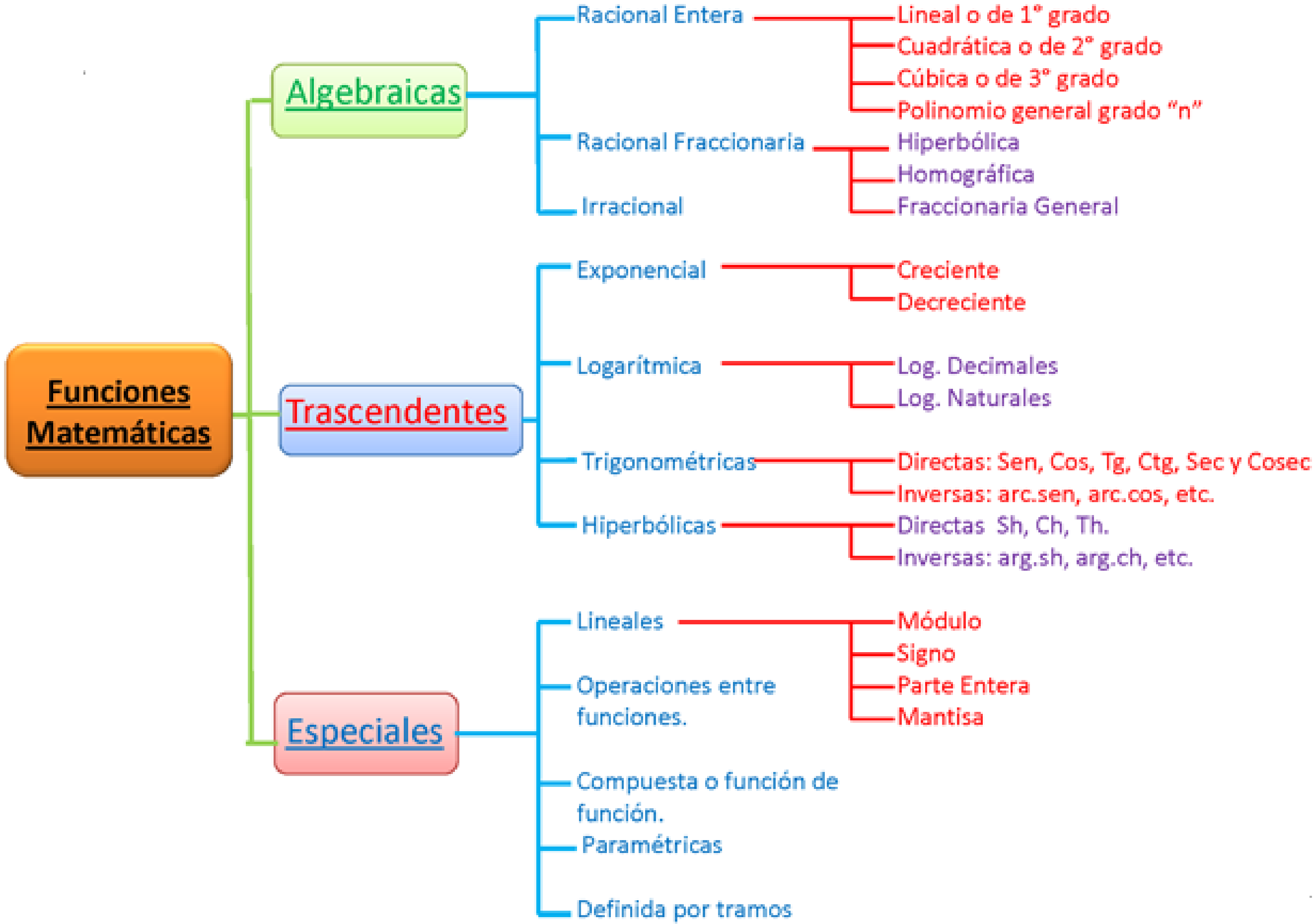

Función Inyectiva: dos elementos distintos de A están asociados con dos elementos distintos de B
Función Suprayectiva: todo elemento de B está asociado por lo menos con un elemento de A
Función Biyectiva: ocurre cuando a la vez es inyectiva y suprayectiva
Caso General
Las dos últimas gráficas no represental el concepto de función. ¿Por qué?

Dominio, rango y codominio

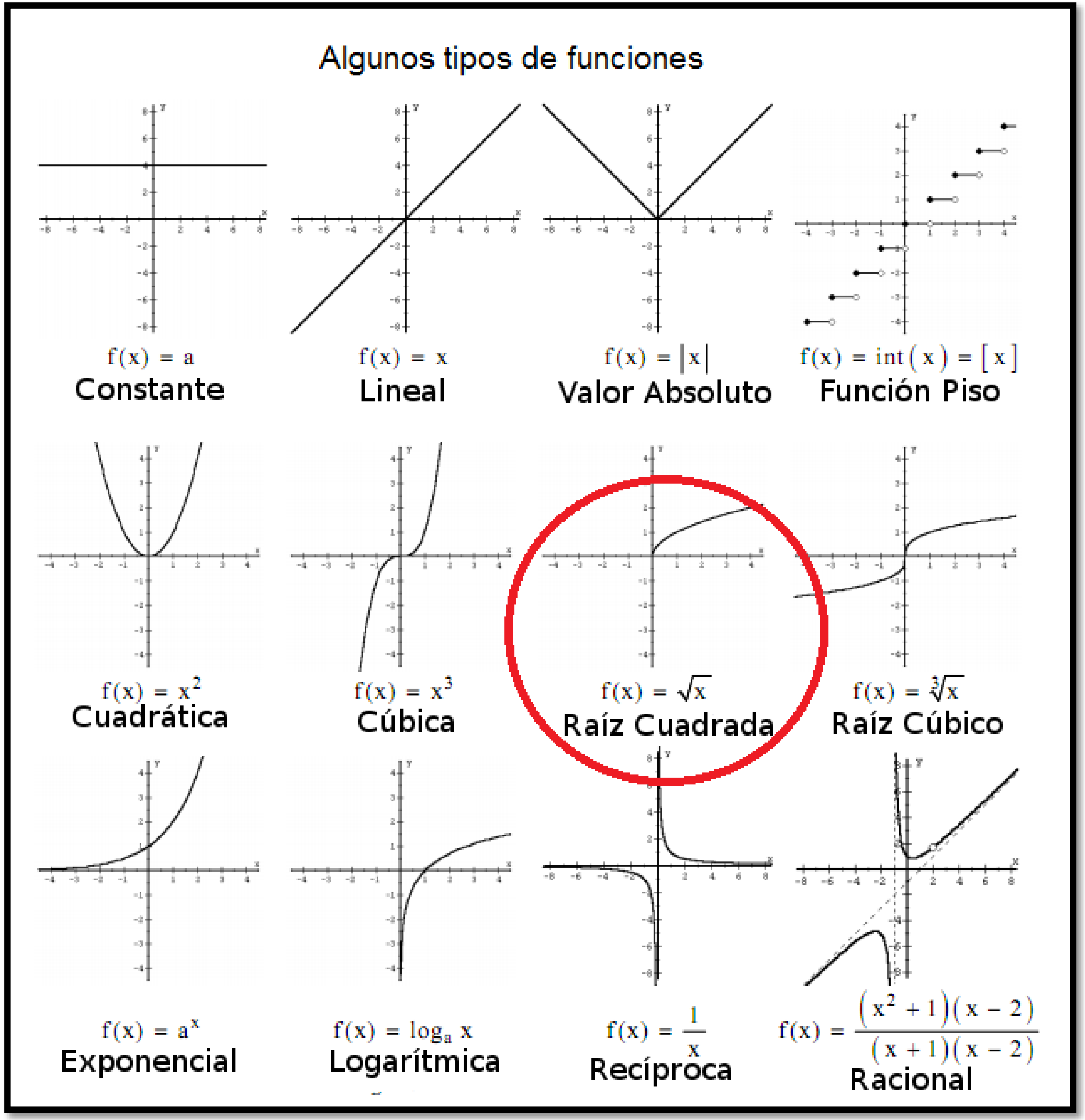
- Dominio: son todos los elementos del conjunto de partida que tienen imagen en el conjunto de llegada.
- Rango: son todos los elementos del conjunto de llegada que tienen pre-imagen en el conjunto de partida.
- Codominio: son todos los elementos del conjunto de llegada.



Tipos de Funciones.



Nota: se considera la raíz de índice par como función siempre y cuando se limite el rango.



Calculo del dominio Para calcular el dominio se estudia la continuidad de la función en el eje “x”. Esto se realiza despejando la variable de las imágenes “y” para estudiar las limitaciones de la variable “x” si las tiene.

Calculo del rango: Para calcular el rango se estudia la continuidad de la función en el eje “y”. Esto se realiza despejando la variable de las pre-imágenes “x”(de ser posible); para estudiar las limitaciones de la variable “y” si las tiene.

Estudio de la continuidad.

Al estudiar la continuidad analizamos las distintas limitaciones de la función (de existir). De no presentar ninguna de estas, podremos afirmar que la función es continua en determinado eje.

Limitaciones (para tercer año de bachillerato):

- Si la función esta formada por un denominador que contiene una de las variables, este no puede ser igual a cero.

Ejemplo:

$$f(x) = y = \frac{5}{x+4} \; entonces \; (x+4) \neq 0 \qquad x \neq -4$$

$$x = \frac{12}{y-2} \; entonces \; (y-2) \neq 0 \qquad y \neq 2$$

Limitaciones:

- Si la función esta formada por una raíz de índice par y alguna variable es parte de la cantidad sub radical, esta última debe ser mayor e igual a cero.

Ejemplo:

$$f(x) = y = +\sqrt[4]{6x + 12}$$

$$6x + 12 \geq 0 \qquad 6x \geq -12$$

$$x \geq -\frac{12}{6} \qquad x \geq -2 \qquad [-2, +\infty)$$

Limitaciones:

- Si la función esta formada por una raíz de índice par (en el denominador),y alguna variable es parte de la cantidad sub radical, esta última debe ser mayor a cero.

Ejemplo:

$$f(x) = y = \frac{8}{\sqrt{6x - 18}}$$

$$6x - 18 > 0 \qquad 6x > 18$$

$$x > \frac{18}{6} \qquad x > 3 \qquad (3, +\infty)$$